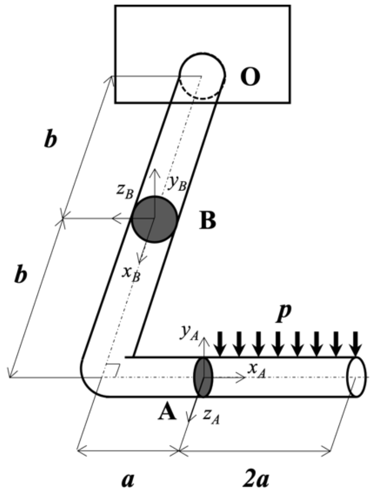
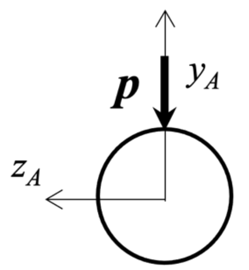
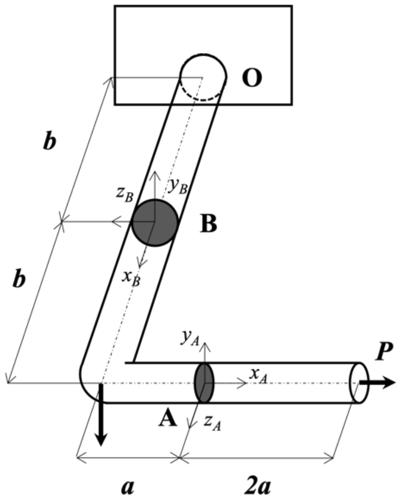
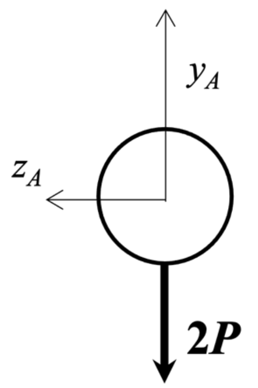
[2] 図 2 に示すような同一平面内で直角に折れ曲がっている片持ちはりが取り付けてある．壁と棒の接合部分をO点とし，A点，B点における断面をそれぞれ断面A，断面Bとする．それぞれの点について局所座標系を図 2 に示すように定義する．また，(i)では$0 \leq x_A \leq 2a$の範囲において分布荷重pが，(ii)では先端に荷重P，棒の折れ曲がる点に荷重$2P$が作用している．このとき，以下の問いに答えよ．ただし，棒の直径を$d = 4$とする．





(i)





(ii)

Fig.2 中実丸棒

(1)　丸棒の断面二次極モーメントIxを求めよ．

(2)　(i)の断面Aに作用する断面力(F_x^A, F_y^A, F_z^A)とモーメント(M_x^A, M_y^A, M_z^A)を求めよ．

(3)　(i)の断面Bに作用する断面力(F_x^B, F_y^B, F_z^B)とモーメント(M_x^B, M_y^B, M_z^B)を求めよ．

(4)　(ii)の断面Aに作用する断面力(F_x^A, F_y^A, F_z^A)とモーメント(M_x^A, M_y^A, M_z^A)を求めよ．

(5)　(ii)の断面Bに作用する断面力(F_x^B, F_y^B, F_z^B)とモーメント(M_x^B, M_y^B, M_z^B)を求めよ．

(1)　丸棒の断面二次極モーメント $\boldsymbol{I_x}$ を求めよ．

半径 r の円の断面二次極モーメントは

$$I_x = \frac{\pi}{2} r^4 \tag{2.1}$$

で表されるため，$r = {}^{d}\!/_{2} = 2$ より

$$I_x = \frac{\pi}{2} 2^4 = 8\pi \tag{2.2}$$

となる．

(2)　(i)の断面 A に作用する断面力$(\boldsymbol{F_x^A}, \boldsymbol{F_y^A}, \boldsymbol{F_z^A})$とモーメント$(\boldsymbol{M_x^A}, \boldsymbol{M_y^A}, \boldsymbol{M_z^A})$を求めよ．

(i)について，自由端に近い断面 A から考える．次のように A 点において棒を部材①と②に分けて考える．

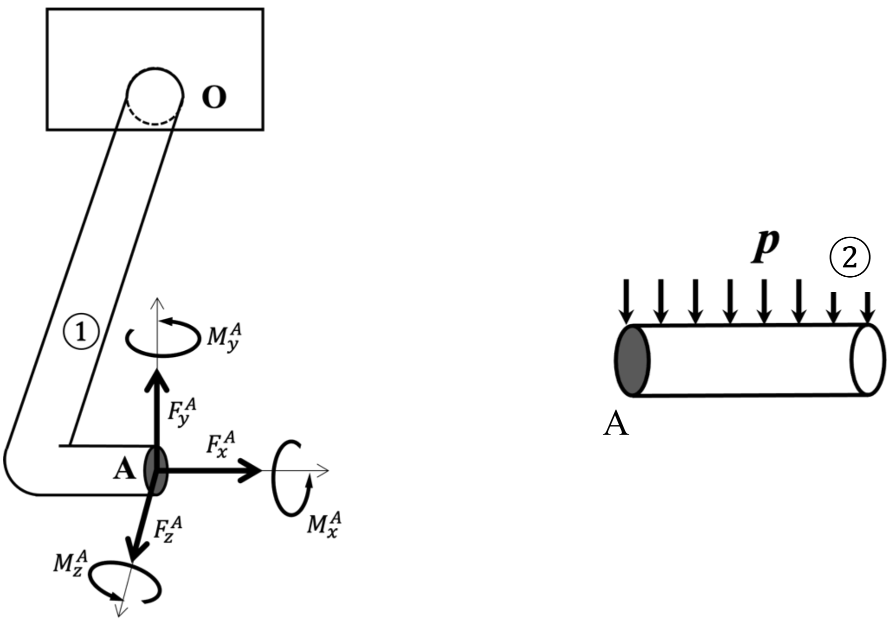


Fig.2.1 (i)の断面 A で分けた図

また，部材②に関する FBD を図 2.2 に示す．部材②において断面 A は負の面であるため，断面とモーメントの正負が反転することに注意する．

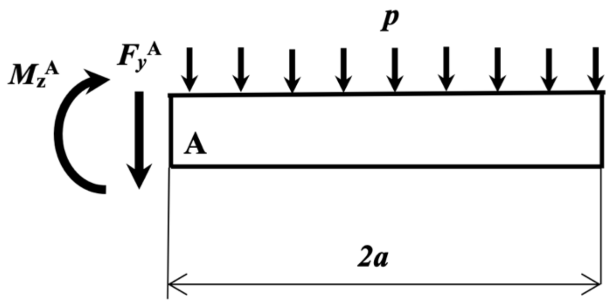


Fig2.2 部材②の FBD

x_A と z_A 軸方向に外力は作用していないため，断面 A に作用する断面力F_x^A, F_z^Aは

$$F_x{}^A = F_z{}^A = 0 \tag{2.3}$$

となる．

また，図 2.2 の部材②に関する FBD から力のつりあいより，断面力F_y^Aは

$$\begin{aligned} F_y{}^A + 2pa &= 0 \\ F_y{}^A &= -2pa \end{aligned} \tag{2.4}$$

となる．

x_A, y_A, z_A 軸回りのモーメントのつりあいより，断面 A に作用するモーメントは

$$\begin{aligned} M_x{}^A &= M_y{}^A = 0 \\ M_z{}^A + \int_0^{2a} px\,\mathrm{d}x &= 0 \\ M_z{}^A &= -2pa^2 \end{aligned} \tag{2.5}$$

となる．よって(i)の断面 A に作用する断面力とモーメントは

$$\begin{aligned} \left(F_x{}^A,\ F_y{}^A,\ F_z{}^A\right) &= (0,\ -2pa,\ 0) \\ \left(M_x{}^A,\ M_y{}^A,\ M_z{}^A\right) &= \left(0,\ 0,\ -2pa^2\right) \end{aligned} \tag{2.6}$$

となる

(3) (i)の断面 B に作用する断面力(F_x^B, F_y^B, F_z^B)とモーメント(M_x^B, M_y^B, M_z^B)を求めよ．

(2)と同様にして，B 点において部材を③と④に分けて考える．

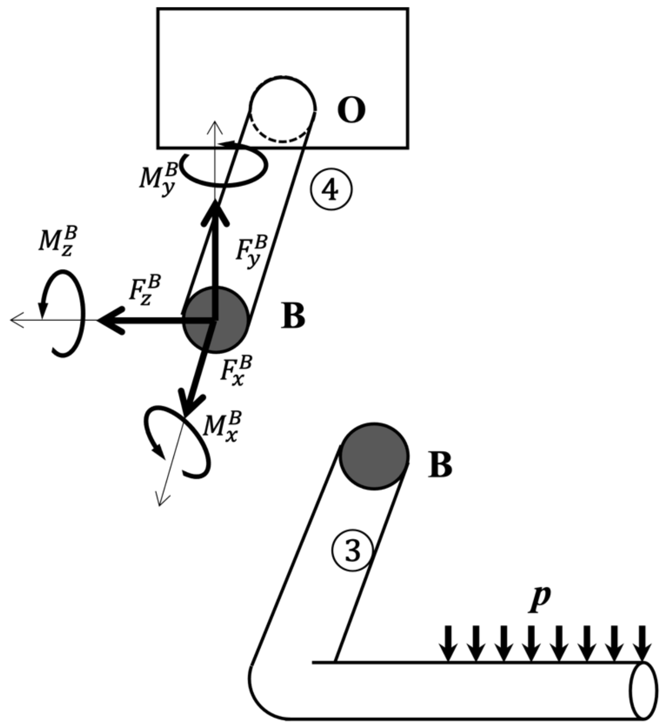


Fig2.3 (i)の断面 B で分けた図

x_B, z_B 軸方向の外力は 0 なので，断面 B に作用する断面力$F_x^{\ B}$, $F_z^{\ B}$は

$$F_x^{\ B} = F_z^{\ B} = 0 \tag{2.7}$$

となる.

部材③に関する FBD を図 2.4 に示す.

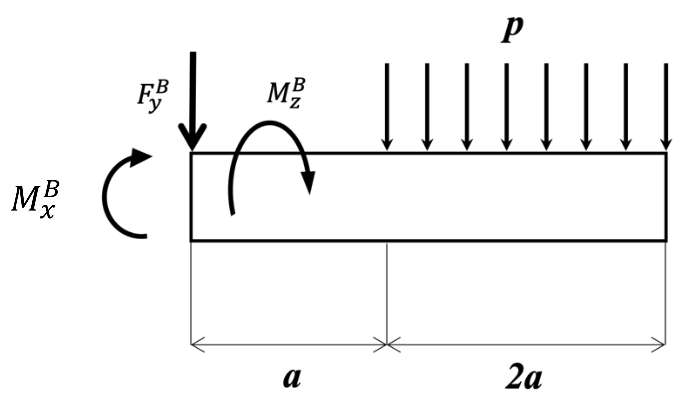


Fig2.4 部材③の FBD

また，部材③の y_B 軸方向の力のつりあいから，断面力$F_y^{\ B}$は

$$F_y^{\ B} = -2pa \tag{2.8}$$

x_B, y_B, z_B 軸回りのモーメントのつりあいより，断面 B に作用するモーメントは部材③が紙面に対して垂直な方向に長さ b の奥行きがあることを考慮して，

$$
\begin{aligned}
M_x{}^B &= -\int_a^{3a} px\,\mathrm{d}x = -4pa^2 \\
M_y{}^B &= 0 \\
M_z{}^B &= -2pab
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

よって(i)の断面 B に作用する断面力とモーメントは

$$
\begin{aligned}
\left(F_x{}^B,\ F_y{}^B,\ F_z{}^B\right) &= (0,\ -2pa,\ 0) \\
\left(M_x{}^B,\ M_y{}^B,\ M_z{}^B\right) &= \left(-4pa^2,\ 0,\ -2pab\right)
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

となる.

(4) (ii)の断面 A に作用する断面力($\boldsymbol{F_x^A, F_y^A, F_z^A}$)とモーメント($\boldsymbol{M_x^A, M_y^A, M_z^A}$)を求めよ.

(i)と同様にして，部材①と②に分けて考え，図 2.5 に示す.

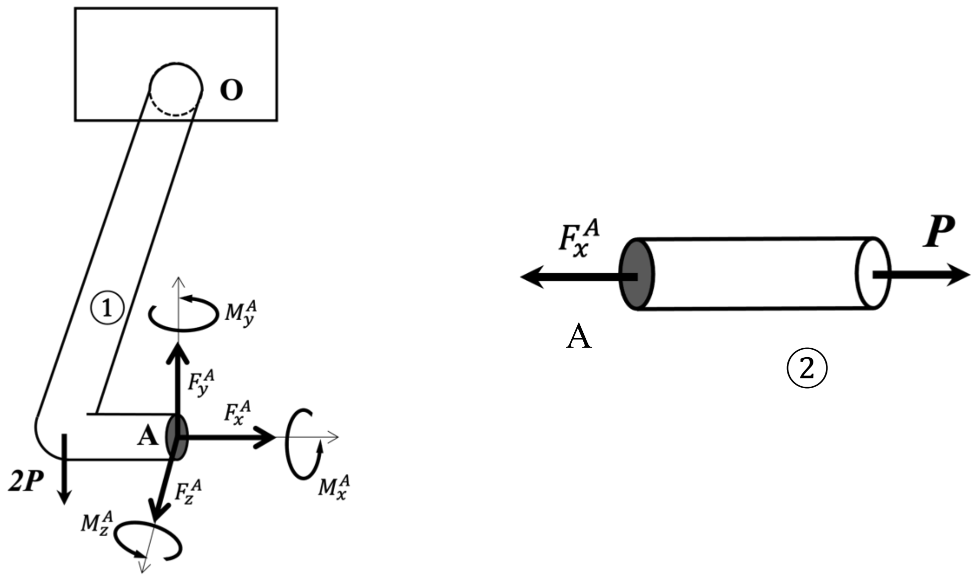


Fig.2.5 (ii)の断面 A で分けた図

また，部材②の FBD を図 2.6 に示す．部材②において断面 A は負の面であるため，断面とモーメントの正負が反転することに注意する.

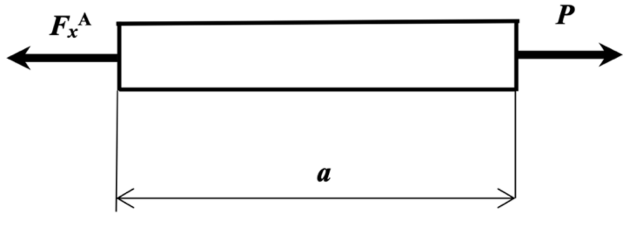


Fig.2.6 部材②の FBD

y_A, z_A 軸方向の外力は 0 なので，断面 A に作用する断面力F_y^A, F_z^Aは

$$F_y^A = F_z^A = 0 \tag{2.11}$$

また，x_A 軸方向の力のつりあいより，断面力F_x^Aは

$$F_x^A - P = 0$$

$$F_x^A = P \tag{2.12}$$

x_A, y_A, z_A 軸回りのモーメントのつりあいより，断面 A に作用するモーメントは

$$M_x^A = M_y^A = M_z^A = 0 \tag{2.13}$$

よって(ii)の断面 A に作用する断面力とモーメントは

$$\left(F_x^A,\ F_y^A,\ F_z^A\right) = (P,\ 0,\ 0)$$

$$\left(M_x^A,\ M_y^A,\ M_z^A\right) = (0,\ 0,\ 0) \tag{2.14}$$

となる.

(5)　(ii)の断面 B に作用する断面力(F_x^B, F_y^B, F_z^B)とモーメント(M_x^B, M_y^B, M_z^B)を求めよ.

同様に，B 点についても部材③と④に分け，図 2.7 に示す.

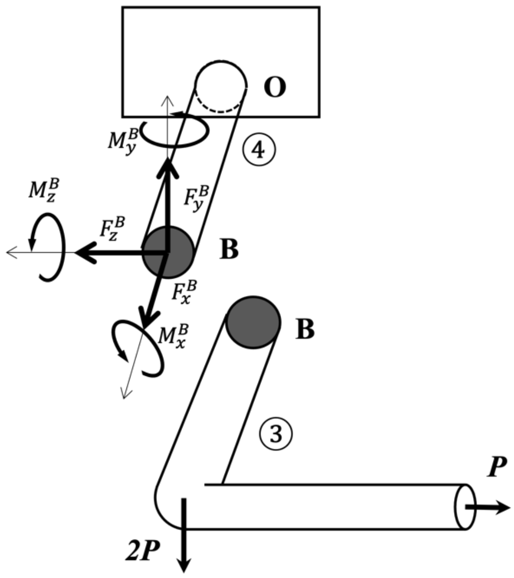


Fig2.7 (i)の断面 B で分けた図

x_B 軸方向の外力は 0 なので，断面 B に作用する断面力F_x^Bは

$$F_x^B = 0 \tag{2.15}$$

また，y_B, z_B 軸方向の力のつり合いより，断面力F_y^B, F_z^Bは

$$F_y^B = -2P$$

$$F_z^B = -P \tag{2.16}$$

x_B, y_B, z_B 軸回りのモーメントのつり合いより，断面 B に作用するモーメントは

$$
\begin{aligned}
M_x{}^B &= 0 \\
M_y{}^B &= Pb \\
M_z{}^B &= -2Pb
\end{aligned}
\tag{2.17}
$$

よって(i)の断面 B に作用する断面力とモーメントは

$$
\begin{aligned}
\left(F_x{}^B,\ F_y{}^B,\ F_z{}^B\right) &= (0,\ -2P,\ -P) \\
\left(M_x{}^B,\ M_y{}^B,\ M_z{}^B\right) &= (0,\ Pb,\ -2Pb)
\end{aligned}
\tag{2.18}
$$

となる．