材料の力学 1　Step 3　第 11 回演習問題（2019/7/9 実施）

[1]　図 1.1 に示すような長さ $3L$ のはりにおいて，OA 間と CD 間に分布荷重 p が下向きに作用している．また，はりの断面は図 1.2 に示すような 1 辺が $2a$ の正六角形となっている．縦弾性係数を E とし，以下の問いに答えよ．

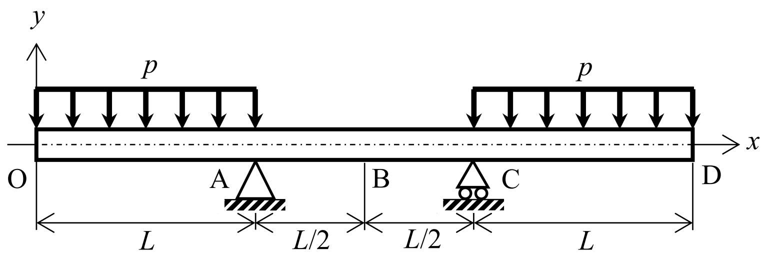


Fig. 1.1 分布荷重を受けるはり．

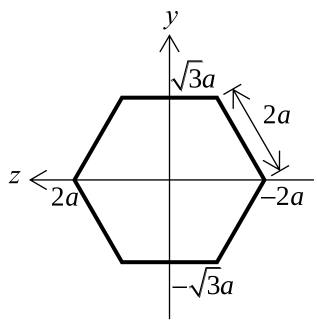


Fig. 1.2 はり断面図.

(1)　はりの z 軸に関する断面 2 次モーメント I_z を求めよ．

以下の問いでは曲げ剛性を EI として答えよ．

(2)　A，C 点における支点反力 R_A，R_C をそれぞれ求めよ．

(3)　対称性を考慮してはりの OB 間に生じる曲げモーメント $M(x)$を特異関数表示せよ．

(4)　はりのたわみ角 $v'(x)$，たわみ $v(x)$を表す式を求めよ．

(5)　はりに最大たわみ v_{max} が生じる位置を示し，最大たわみ v_{max} を求めよ．

(1)　はりの z 軸に関する断面 2 次モーメント I_z を求めよ.

はりの断面 2 次モーメント I_z は，図 1.3 に示すように部材 A と部材 B に分け，部材 A の断面 2 次モーメント I_{zA} と部材 B の断面 2 次モーメント I_{zB} を足し合わせることで求まる.

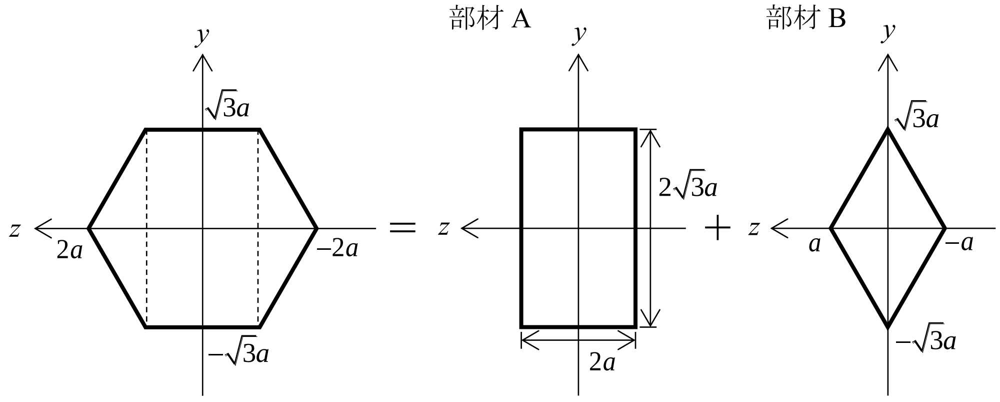


Fig. 1.3 断面 2 次モーメントの導出方法.

それぞれの部材における断面 2 次モーメントを求める.

i)　部材 A について

断面は長方形であるから，z 軸に関する断面 2 次モーメント I_{zA} は次のように求まる．ここで，b は長方形の幅，h は高さを表す.

$$I_{zA} = \frac{bh^3}{12} = \frac{2a\cdot\left(2\sqrt{3}a\right)^3}{12} = 4\sqrt{3}a^4 \tag{1.1}$$

ii)　部材 B について

断面は z 軸について対称であるから z 軸の上部のみ考える.

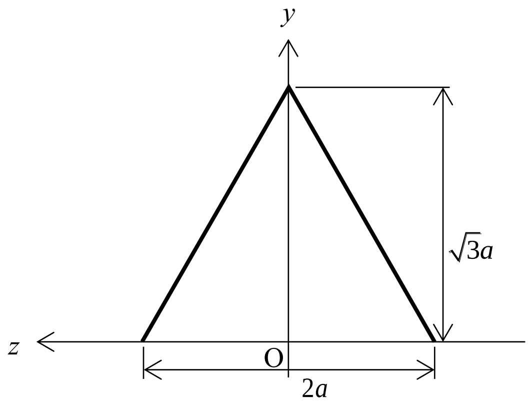


Fig. 1.4 はりの断面.

z 軸に関する断面 2 次モーメント I_{zB} は次式で表される．ここで，b は三角形の底辺，h は高さを表す．

$$\frac{I_{zB}}{2}=\frac{bh^3}{12}=\frac{2a\cdot\left(\sqrt{3}a\right)^3}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^4 \tag{1.2}$$

$$\therefore I_{zB}=\sqrt{3}a^4 \tag{1.3}$$

以上より，はりの z 軸に関する断面 2 次モーメント I_z は，

$$I_z=I_{zA}+I_{zB}=5\sqrt{3}a^4 \tag{1.4}$$

～別解～

部材 B の断面 2 次モーメント I_{zB} の算出について，以下に別解を示す．断面は z 軸について対称であるから z 軸の上部のみ考える．

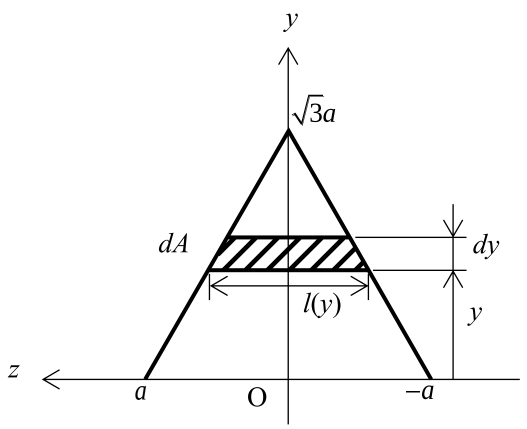


Fig. A はりの断面．

z 軸に関する断面 2 次モーメント I_{zB} は次式で表される．

$$\frac{I_{zB}}{2}=\int_A y^2 dA \tag{A1}$$

ここで，図 1.4 より dA は，

$$
\begin{aligned}
dA &= l(y)\,dy \\
&= 2\left\{a-\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right)\right\}dy
\end{aligned}
\tag{A2}
$$

式(A1)，(A2)より断面 2 次モーメント I_{zB} は以下のように求まる．

$$
\begin{aligned}
\frac{I_{zB}}{2} &= \int_0^{\sqrt{3}a} y^2 \times 2\left\{a-\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right)\right\}dy \\
&= 2a\int_0^{\sqrt{3}a} y^2 dy - \frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^{\sqrt{3}a} y^3 dy \\
&= 2a\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{\sqrt{3}a} - \frac{2}{\sqrt{3}}\left[\frac{y^4}{4}\right]_0^{\sqrt{3}a} \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}a^4
\end{aligned}
\tag{A3}
$$

$$
\therefore I_{zB} = \sqrt{3}a^4 \tag{A4}
$$

(2)　A，C 点における支点反力 R_A，R_C をそれぞれ求めよ．

はり全体の FBD は図 1.5 のように描ける．

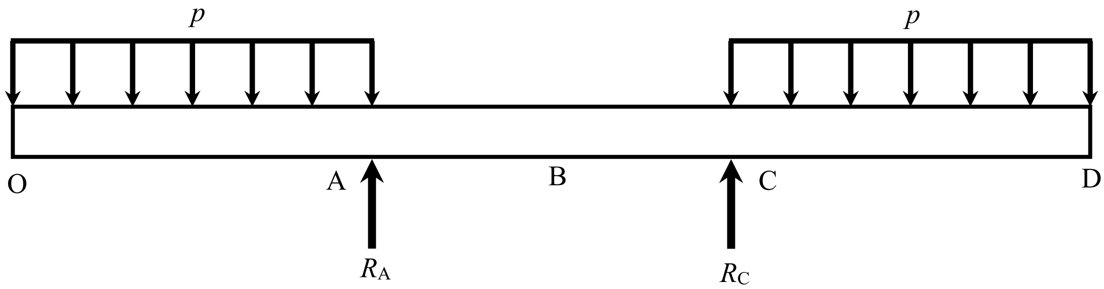


Fig. 1.5　はり全体の FBD.

図 1.5 において力のつり合いは以下のように表される．

$$
R_A + R_C - pL - pL = 0 \tag{1.5}
$$

対称性より $R_A = R_C$ であるから，支点反力 R_A，R_C は以下のように求まる．

$$R_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{C}} = pL \tag{1.6}$$

(3)　対称性を考慮してはりの OB 間に生じる曲げモーメント *M*(*x*)を特異関数表示せよ．

OB 間に生じる曲げモーメント $M(x)$を特異関数表示するにあたり，図 1.6 のように AB 間の上下に分布荷重 p が作用していると見なす．なお，この AB 間に作用する分布荷重 p は上下で打ち消し合うことに注意する．

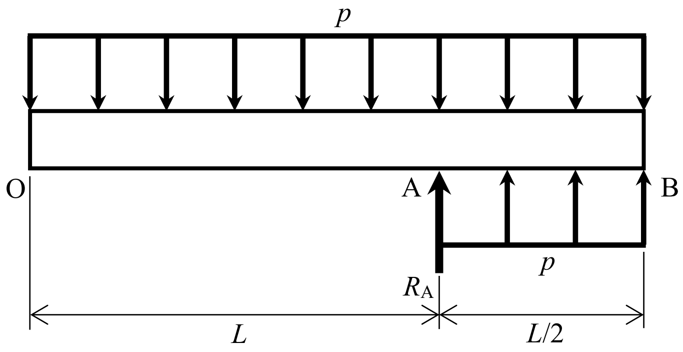


Fig. 1.6 FBD.

図 1.6 において曲げモーメント $M(x)$を特異関数表示すると次のようになる．

$$M(x) = \frac{1}{2}p\langle x\rangle^2 - \frac{1}{2}p\langle x-L\rangle^2 - R_{\mathrm{A}}\langle x-L\rangle^1 \tag{1.7}$$

式(1.6)を踏まえると最終的に以下のように表される．

$$M(x) = \frac{1}{2}p\langle x\rangle^2 - \frac{1}{2}p\langle x-L\rangle^2 - pL\langle x-L\rangle^1 \tag{1.8}$$

(4)　はりのたわみ角 *v'*(*x*)，たわみ *v* (*x*)を表す式を求めよ．

たわみの基礎式と式(1.8)より，

$$\begin{aligned} -EIv''(x) &= M(x) \\ &= \frac{1}{2}p\langle x\rangle^2 - \frac{1}{2}p\langle x-L\rangle^2 - pL\langle x-L\rangle^1 \end{aligned} \tag{1.9}$$

よって，はりのたわみ角 $v'(x)$，たわみ $v(x)$は以下のように表される．

$$-EIv'(x)=\frac{1}{6}p\langle x\rangle^3-\frac{1}{6}p\langle x-L\rangle^3-\frac{1}{2}pL\langle x-L\rangle^2+C_1 \tag{1.10}$$

$$v'(x)=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{6}p\langle x\rangle^3-\frac{1}{6}p\langle x-L\rangle^3-\frac{1}{2}pL\langle x-L\rangle^2+C_1\right\} \tag{1.11}$$

$$-EIv(x)=\frac{1}{24}p\langle x\rangle^4-\frac{1}{24}p\langle x-L\rangle^4-\frac{1}{6}pL\langle x-L\rangle^3+C_1x+C_2 \tag{1.12}$$

$$v(x)=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{24}p\langle x\rangle^4-\frac{1}{24}p\langle x-L\rangle^4-\frac{1}{6}pL\langle x-L\rangle^3+C_1x+C_2\right\} \tag{1.13}$$

ここで，C_1，C_2 は積分定数である．対称性より B 点において $v'(3L/2)=0$ であるから，

$$v'\left(\frac{3L}{2}\right)=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{6}p\left(\frac{3L}{2}\right)^3-\frac{1}{6}p\left(\frac{L}{2}\right)^3-\frac{1}{2}pL\left(\frac{L}{2}\right)^2+C_1\right\}=0 \tag{1.14}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ C_1&=\left(-\frac{27}{48}+\frac{1}{48}+\frac{6}{48}\right)pL^3\\&=-\frac{5}{12}pL^3\end{aligned} \tag{1.15}$$

また，A 点においては $v(L)=0$ であるから，

$$v(L)=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{24}pL^4-\frac{5}{12}pL^4+C_2\right)=0 \tag{1.16}$$

$$\begin{aligned}\therefore C_2&=\left(-\frac{1}{24}+\frac{10}{24}\right)pL^4\\&=\frac{3}{8}pL^4\end{aligned} \tag{1.17}$$

以上より，はりのたわみ角 $v'(x)$，たわみ $v(x)$は以下の式で表される．

$$v'(x)=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}p\langle x\rangle^3-\frac{1}{6}p\langle x-L\rangle^3-\frac{1}{2}pL\langle x-L\rangle^2-\frac{5}{12}pL^3\right) \tag{1.18}$$

$$v(x)=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{24}p\langle x\rangle^4-\frac{1}{24}p\langle x-L\rangle^4-\frac{1}{6}pL\langle x-L\rangle^3-\frac{5}{12}pL^3x+\frac{3}{8}pL^4\right) \tag{1.19}$$

(5)　はりに最大たわみ v_{max} が生じる位置を示し，最大たわみ v_{max} を求めよ．

最大たわみ v_{max} は対称性より $x = 0, 3L$ または $x = 3L/2$ の位置で生じると考えられる．そのため，$x = 0, 3L$ と $x = 3L/2$ におけるたわみをそれぞれ算出し，その大きさを比較することで最大たわみ v_{max} を求める．

$x = 0, 3L$ と $x = 3L/2$ におけるたわみは式(1.19)より次のように求まる．

$$
\begin{aligned}
v(0) &= v(3L) \\
&= -\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{24}p\cdot 0^4 - \frac{5}{12}pL^3\cdot 0 + \frac{3}{8}pL^4\right) \\
&= -\frac{3pL^4}{8EI}
\end{aligned}
\tag{1.20}
$$

$$
\begin{aligned}
v\left(\frac{3L}{2}\right) &= -\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{24}p\cdot\left(\frac{3L}{2}\right)^4 - \frac{1}{24}p\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^4 - \frac{1}{6}pL\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^3 \right. \\
&\qquad\qquad \left. - \frac{5}{12}pL^3\cdot\left(\frac{3L}{2}\right) + \frac{3}{8}pL^4\right) \\
&= -\frac{pL^4}{EI}\left(\frac{81}{384} - \frac{1}{384} - \frac{8}{384} - \frac{240}{384} + \frac{144}{384}\right) \\
&= \frac{pL^4}{16EI}
\end{aligned}
\tag{1.21}
$$

式(1.20)，(1.21)より $|v(0) = v(3L)| > |v(3L/2)|$ であるから，最大たわみ v_{max} は $x = 0, 3L$ の位置で生じその値は,

$$
v_{max} = -\frac{3pL^4}{8EI} \tag{1.22}
$$

[2] 図 2 に示すような左端が壁に固定され点 A で単純支持されている長さ $3L$ のはりがある．はりには，点 B に集中荷重 P（P=3pL），OA 間に分布荷重 p がそれぞれ下向きに作用している．このとき以下の問いに答えよ．ただし，はりの曲げ剛性を EI とする．

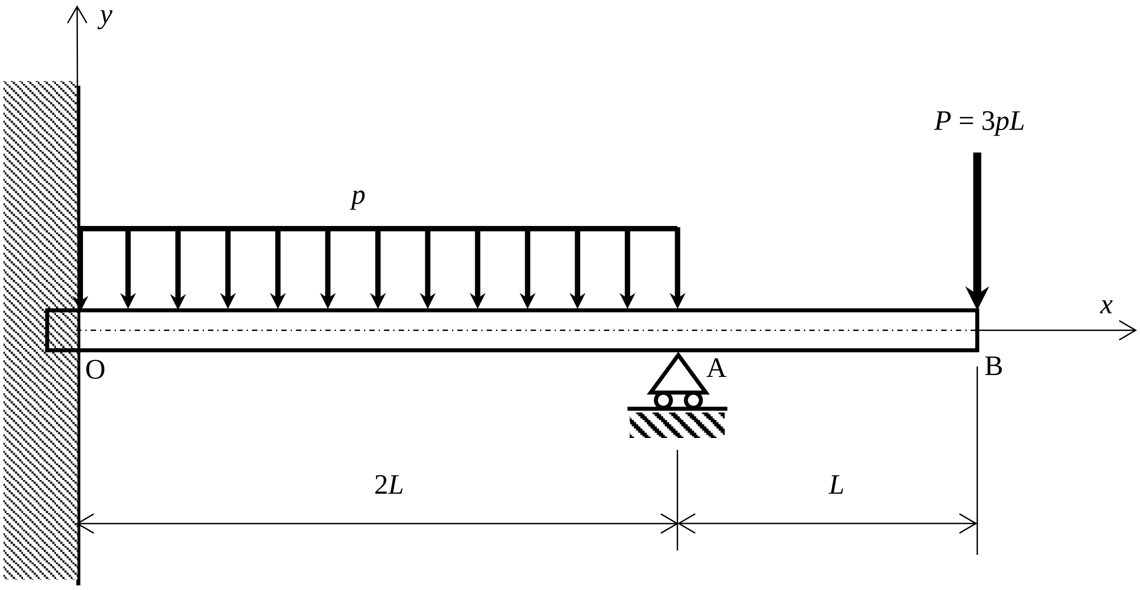


Fig. 2 壁に固定されたはり．

(1) 壁からの反力を R_O，反モーメントを M_O，点 A における反力を R_A としてはり全体の FBD を描き，力のつり合い式および点 O まわりのモーメントのつり合い式を求めよ．

(2) はりの曲げモーメント $M(x)$を特異関数表示せよ．

(3) 壁からの反力 R_O，反モーメント M_O，点 A における反力 R_A をそれぞれ求めよ．

(4) 点 B におけるはりのたわみ角 v'_B，たわみ v_B をそれぞれ求めよ．

(1) 壁からの反力を R_O，反モーメントを M_O，点 A における反力を R_A としてはり全体の FBD を描き，力のつり合い式および点 O まわりのモーメントのつり合い式を求めよ．

壁からの反力 R_O，反モーメント M_O，点 A における反力 R_A を用いてはり全体の FBD を描くと下図のようになる．

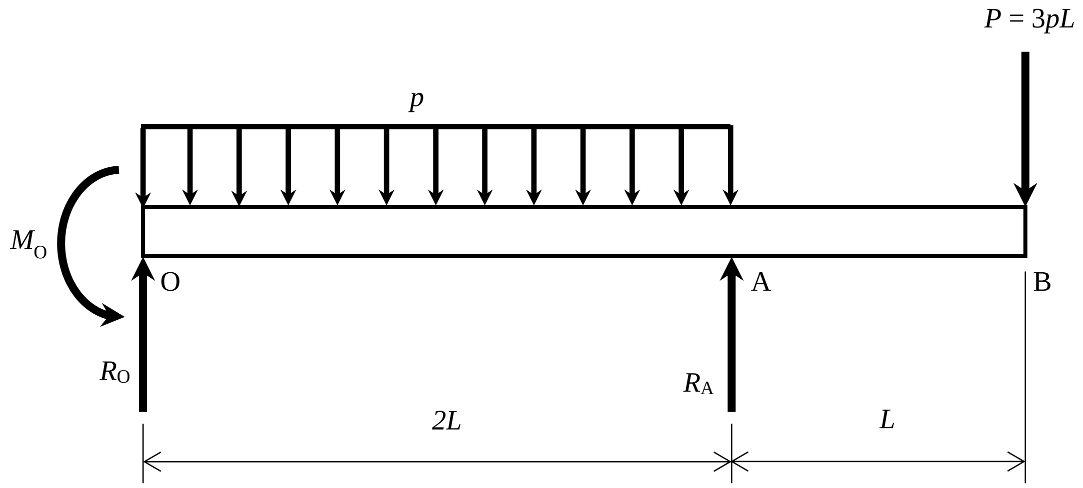


Fig. 2.1 はり全体の FBD.

力のつり合い式は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
-2pL - P + R_\mathrm{O} + R_\mathrm{A} &= 0 \\
-2pL - 3pL + R_\mathrm{O} + R_\mathrm{A} &= 0
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

また，点 O まわりのモーメントのつり合い式は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
-M_\mathrm{O} + \int_0^{2L} pxdx + 3PL - 2R_\mathrm{A}L &= 0 \\
-M_\mathrm{O} + 2pL^2 + 9pL^2 - 2R_\mathrm{A}L &= 0
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

(2)　はりの曲げモーメント $M(x)$を特異関数表示せよ．

曲げモーメント $M(x)$の特異関数表示を考えるために，はりの $2L \leq x \leq 3L$ において上下に分布荷重 p が作用している場合を考える．このとき FBD を描くと下図のようになる．ただし，$2L \leq x \leq 3L$ において上下に作用する分布荷重 p は互いに打ち消し合うことに注意する．

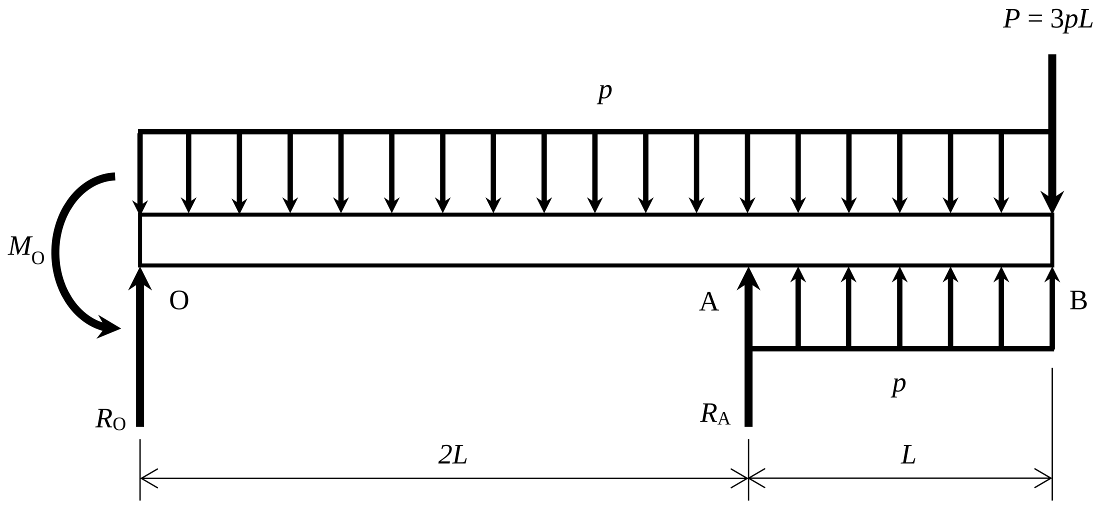


Fig. 2.2 FBD.

上図よりはりの曲げモーメント $M(x)$を特異関数表示すると以下のようになる．

$$M\left(x\right)=M_{\mathrm{O}}\left\langle x\right\rangle^{0}-R_{\mathrm{O}}\left\langle x\right\rangle^{1}-R_{\mathrm{A}}\left\langle x-2L\right\rangle^{1}+\frac{p}{2}\left\langle x\right\rangle^{2}-\frac{p}{2}\left\langle x-2L\right\rangle^{2} \tag{2.3}$$

(3)　壁からの反力 R_{O}，反モーメント M_{O}，点 A における反力 R_{A} をそれぞれ求めよ．

はりのたわみの基礎式に式(2.3)にて示した曲げモーメント $M(x)$を代入すると，

$$-EIv''=M_{\mathrm{O}}\left\langle x\right\rangle^{0}-R_{\mathrm{O}}\left\langle x\right\rangle^{1}-R_{\mathrm{A}}\left\langle x-2L\right\rangle^{1}+\frac{p}{2}\left\langle x\right\rangle^{2}-\frac{p}{2}\left\langle x-2L\right\rangle^{2} \tag{2.4}$$

のように表され，両辺を積分すると，

$$\begin{aligned}-EIv'&=M_{\mathrm{O}}\left\langle x\right\rangle^{1}-\frac{R_{\mathrm{O}}}{2}\left\langle x\right\rangle^{2}-\frac{R_{\mathrm{A}}}{2}\left\langle x-2L\right\rangle^{2}+\frac{p}{6}\left\langle x\right\rangle^{3}-\frac{p}{6}\left\langle x-2L\right\rangle^{3}+C_{1}\\ v'&=-\frac{1}{EI}\left\{M_{\mathrm{O}}\left\langle x\right\rangle^{1}-\frac{R_{\mathrm{O}}}{2}\left\langle x\right\rangle^{2}-\frac{R_{\mathrm{A}}}{2}\left\langle x-2L\right\rangle^{2}+\frac{p}{6}\left\langle x\right\rangle^{3}-\frac{p}{6}\left\langle x-2L\right\rangle^{3}+C_{1}\right\}\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$
\begin{aligned}
-EIv &= \frac{M_\mathrm{O}}{2}\langle x\rangle^2 - \frac{R_\mathrm{O}}{6}\langle x\rangle^3 - \frac{R_\mathrm{A}}{6}\langle x-2L\rangle^3 + \frac{p}{24}\langle x\rangle^4 - \frac{p}{24}\langle x-2L\rangle^4 + C_1 x + C_2 \\
v &= -\frac{1}{EI}\left\{\frac{M_\mathrm{O}}{2}\langle x\rangle^2 - \frac{R_\mathrm{O}}{6}\langle x\rangle^3 - \frac{R_\mathrm{A}}{6}\langle x-2L\rangle^3 + \frac{p}{24}\langle x\rangle^4 - \frac{p}{24}\langle x-2L\rangle^4 + C_1 x + C_2\right\}
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

が得られる．ただし，C_1，C_2 は積分定数である．

ここで境界条件について考える．点 O は固定端なので境界条件は,

$$
v(0) = v'(0) = 0 \tag{2.7}
$$

であり，点 A は単純支持であるので境界条件は,

$$
v(2L) = 0 \tag{2.8}
$$

である．

式(2.5)，(2.6)に関して式(2.7)に示した境界条件より，

$$
C_1 = C_2 = 0 \tag{2.9}
$$

であるため，たわみ角 $v'(x)$，たわみ $v(x)$は,

$$
v' = -\frac{1}{EI}\left[M_\mathrm{O}\langle x\rangle^1 - \frac{R_\mathrm{O}}{2}\langle x\rangle^2 - \frac{R_\mathrm{A}}{2}\langle x-2L\rangle^2 + \frac{p}{6}\langle x\rangle^3 - \frac{p}{6}\langle x-2L\rangle^3\right] \tag{2.10}
$$

$$
v = -\frac{1}{EI}\left[\frac{M_\mathrm{O}}{2}\langle x\rangle^2 - \frac{R_\mathrm{O}}{6}\langle x\rangle^3 - \frac{R_\mathrm{A}}{6}\langle x-2L\rangle^3 + \frac{p}{24}\langle x\rangle^4 - \frac{p}{24}\langle x-2L\rangle^4\right] \tag{2.11}
$$

と表される．また，式(2.11)に対して式(2.8)に示した境界条件を考えると，

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{M_\mathrm{O}}{2}(2L)^2 - \frac{R_\mathrm{O}}{6}(2L)^3 + \frac{p}{24}(2L)^4 \\
&= 2M_\mathrm{O}L^2 - \frac{4}{3}R_\mathrm{O}L^3 + \frac{2}{3}pL^4 \\
&\therefore 3M_\mathrm{O} - 2R_\mathrm{O}L = -pL^2
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

のように整理できる．ここで，式(2.1)，(2.2)を整理すると，

$$R_\mathrm{O} + R_\mathrm{A} = 5pL \tag{2.13}$$

$$M_\mathrm{O} + 2R_\mathrm{A}L = 11pL^2 \tag{2.14}$$

のように表される．反力 R_O，反力 R_A，反モーメント M_O は式(2.12)，(2.13)，(2.14)を連立して求める．式(2.12)，式(2.14)より反モーメント M_O を消去すると，

$$R_\mathrm{O} + 3R_\mathrm{A} = 17pL \tag{2.15}$$

が得られる．式(2.13)，式(2.15)より反力 R_A，R_O は，

$$\begin{gathered} 2R_\mathrm{A} = 12pL \\ R_\mathrm{A} = 6pL \end{gathered} \tag{2.16}$$

$$\begin{gathered} R_\mathrm{O} + 6pL = 5pL \\ R_\mathrm{O} = -pL \end{gathered} \tag{2.17}$$

と求められる．反モーメント M_O は式(2.14)，(2.16)より，

$$\begin{gathered} M_\mathrm{O} + 12pL = 11pL^2 \\ M_\mathrm{O} = -pL^2 \end{gathered} \tag{2.18}$$

と求められる．以上より，反力 R_O，R_A，反モーメント M_O をまとめると以下のようになる．

$$\begin{cases} R_\mathrm{O} = -pL \\ R_\mathrm{A} = 6pL \\ M_\mathrm{O} = -pL^2 \end{cases} \tag{2.19}$$

(4)　点 B におけるたわみ角 v'_B，たわみ v_B をそれぞれ求めよ．

式(2.10)，(2.11)に式(2.19)を代入するとはりのたわみ角 $v'(x)$，たわみ $v(x)$ はそれぞれ以下のように表される．

$$v'(x) = -\frac{1}{EI}\left\{-pL^2\langle x\rangle^1 + \frac{pL}{2}\langle x\rangle^2 - 3pL\langle x-2L\rangle^2 + \frac{p}{6}\langle x\rangle^3 - \frac{p}{6}\langle x-2L\rangle^3\right\} \tag{2.20}$$

$$v(x) = -\frac{1}{EI}\left\{-\frac{pL^2}{2}\langle x\rangle^2 + \frac{pL}{6}\langle x\rangle^3 - pL\langle x-2L\rangle^3 + \frac{p}{24}\langle x\rangle^4 - \frac{p}{24}\langle x-2L\rangle^4\right\} \tag{2.21}$$

式(2.20)，(2.21)に $x = 3L$ をそれぞれ代入することでたわみ角 v'_B，たわみ v_B は以下のように求められる．

$$\begin{aligned} v'_B &= -\frac{1}{EI}\left\{-pL^2\langle 3L\rangle^1 + \frac{pL}{2}\langle 3L\rangle^2 - 3pL\langle 3L-2L\rangle^2 + \frac{p}{6}\langle 3L\rangle^3 - \frac{p}{6}\langle 3L-2L\rangle^3\right\} \\ &= -\frac{1}{EI}\left(-3pL^3 + \frac{9}{2}pL^3 - 3pL^3 + \frac{9}{2}pL^3 - \frac{1}{6}pL^3\right) \\ &= -\frac{17pL^3}{6EI} \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned} v_B &= -\frac{1}{EI}\left\{-\frac{pL^2}{2}\langle 3L\rangle^2 + \frac{pL}{6}\langle 3L\rangle^3 - pL\langle 3L-2L\rangle^3 + \frac{p}{24}\langle 3L\rangle^4 - \frac{p}{24}\langle 3L-2L\rangle^4\right\} \\ &= -\frac{1}{EI}\left(-\frac{9}{2}pL^4 + \frac{9}{2}pL^4 - pL^4 + \frac{27}{8}pL^4 - \frac{1}{24}pL^4\right) \\ &= -\frac{7pL^4}{3EI} \end{aligned} \tag{2.23}$$

～別解～

点 B におけるたわみ角 v'_{B}，たわみ v_{B} はについて重ね合わせの原理を用いて求める．

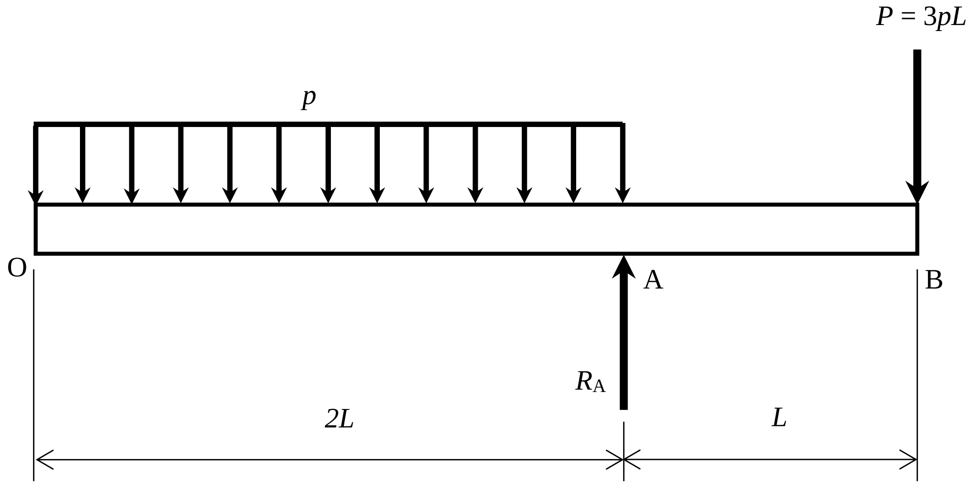


Fig. B はり全体の荷重.

下向きの分布荷重 p によって生じる点 B のたわみ角 v'_{B1}，たわみ v_{B1} は以下のように求められる．

$$\begin{aligned} v'_{\mathrm{B1}} &= -\frac{p(2L)^3}{6EI} = -\frac{4pL^3}{3EI} \\ v_{\mathrm{B1}} &= -\frac{p(2L)^4}{8EI} - \frac{p(2L)^3}{6EI}\cdot L = -\frac{10pL^4}{3EI} \end{aligned} \tag{B1}$$

支点反力 R_{A} によって生じる点 B のたわみ角 v'_{B2}，たわみ v_{B2} は以下のように求められる．

$$\begin{aligned} v'_{\mathrm{B2}} &= \frac{R_{\mathrm{A}}(2L)^2}{2EI} = \frac{12pL^2}{EI} \\ v_{\mathrm{B2}} &= \frac{R_{\mathrm{A}}(2L)^3}{3EI} + \frac{R_{\mathrm{A}}(2L)^2}{2EI}\cdot L = \frac{28pL^4}{EI} \end{aligned} \tag{B2}$$

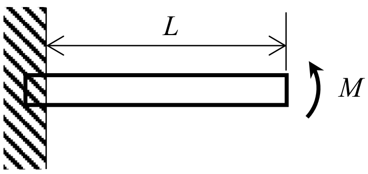
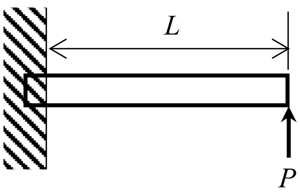
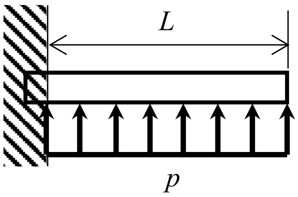
点 B にかかる荷重 P によって生じる点 B のたわみ角 v'_{B3}，たわみ v_{B3} は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
v'_{\mathrm{B3}} &= -\frac{P\left(3L\right)^2}{2EI} = -\frac{27\,pL^2}{2EI} \\
v_{\mathrm{B3}} &= -\frac{P\left(3L\right)^3}{3EI} = -\frac{27\,pL^4}{EI}
\end{aligned}
\qquad \text{(B3)}
$$

したがって，点 B におけるたわみ角 v'_{B}，たわみ v_{B} は重ね合わせの原理よりそれぞれ以下のように求められる．

$$
\begin{aligned}
v'_{\mathrm{B}} &= v'_{\mathrm{B1}} + v'_{\mathrm{B2}} + v'_{\mathrm{B3}} = -\frac{4\,pL^3}{3EI} + \frac{12\,pL^3}{EI} - \frac{27\,pL^3}{2EI} = -\frac{17\,pL^3}{6EI} \\
v_{\mathrm{B}} &= v_{\mathrm{B1}} + v_{\mathrm{B2}} + v_{\mathrm{B3}} = -\frac{10\,pL^4}{3EI} + \frac{28\,pL^4}{EI} - \frac{27\,pL^4}{EI} = -\frac{7\,pL^4}{3EI}
\end{aligned}
\qquad \text{(B4)}
$$

なお，たわみについては以下の関係を用いた．

荷重形式	たわみ角 v'	たわみ v
	$\frac{ML}{EI}$	$\frac{ML^2}{2EI}$
	$\frac{PL^2}{2EI}$	$\frac{PL^3}{3EI}$
	$\frac{pL^3}{6EI}$	$\frac{pL^4}{8EI}$