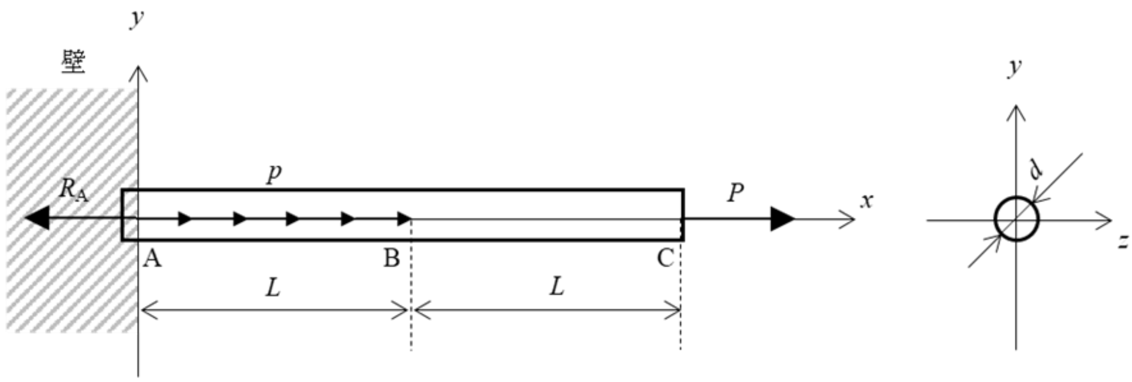
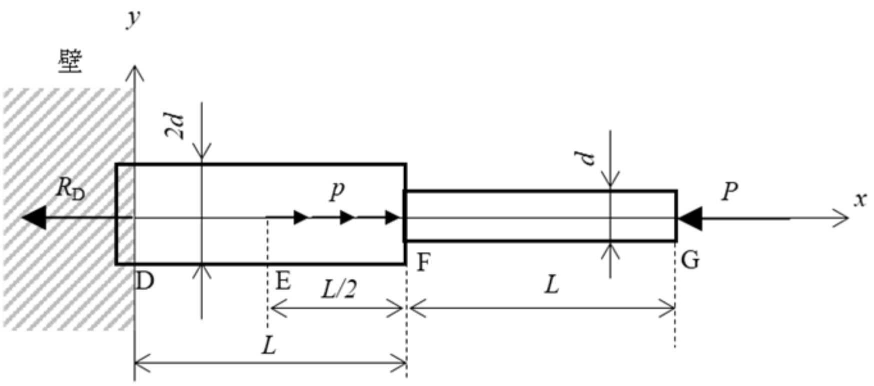
※解答の導出過程がないレポートは認めない．
採点済みレポートは次回演習時に返却．欠席の場合は 58 号館レポート BOX にて返却．

材料の力学 1　Step1　第 1 回演習問題(2018/4/17 実施)

[1] 一端が壁に固定された一様断面丸棒(a)，段付き丸棒(b)があり，図 1 のように力が作用している．壁からの反力 R_A，R_D を図 1 のように仮定し，以下の問いに答えよ．ただし，$2P < pL$ であり，丸棒のヤング率を E とし，径は図中に示す．



(a) 一様断面丸棒



(b) 段付き丸棒

Fig.1.1 壁に固定された丸棒.

(1) (a)，(b)の FBD をそれぞれ描き，壁からの反力 R_A，R_D を求めよ．

(2) (a)，(b)に作用している軸力 $N(x)$の x 方向変化を縦軸:N，横軸:x としてそれぞれ図示せよ．

(3) (a)，(b)に作用している垂直応力$\sigma(x)$の x 方向変化を縦軸:σ，横軸:x としてそれぞれ図示せよ．

(4) (a)，(b)のそれぞれの変位量δ_a，δ_b を求めよ．ただし変位量δは次式で表される．

$$\delta = \int \varepsilon(x) dx$$

[1]

(1) (a)，(b)の FBD をそれぞれ描き，壁からの反力 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{A}}$，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{D}}$ を求めよ．

(a)FBD は,

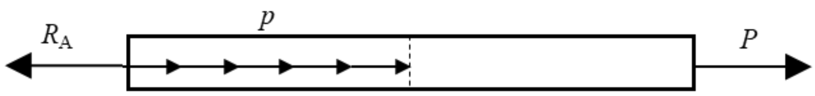


Fig.1.2 (a)FBD.

と描ける．

つり合いの式より，反力 R_{D} は以下のように求まる．

$$
\begin{aligned}
&-R_{\mathrm{A}} + pL + P = 0 \\
&R_{\mathrm{A}} = pL + P
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

(b)FBD は,

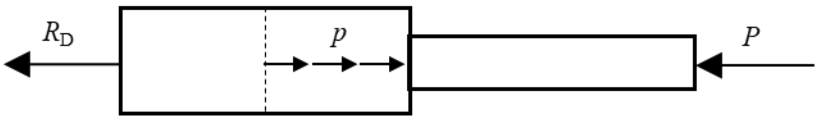


Fig.1.3 (b)FBD.

と描ける．

つり合いの式より，反力 R_{D} は以下のように求まる．

$$
\begin{aligned}
&-R_{\mathrm{D}} + p\frac{L}{2} - P = 0 \\
&R_{\mathrm{D}} = p\frac{L}{2} - P
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

(2) (a)，(b)に作用している軸力 $\boldsymbol{N(x)}$の $\boldsymbol{x}$ 方向変化を縦軸:$\boldsymbol{N}$，横軸:$\boldsymbol{x}$ としてそれぞれ図示せよ．

(a)$0 \leqq x < L$ の場合の FBD は,

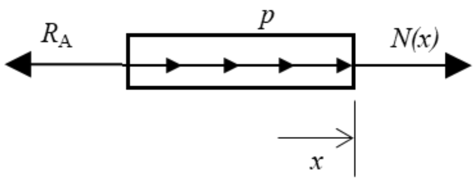


Fig.1.4 (a)FBD ($0 \leqq x < L$).

と表せる．

つり合いの式より，軸力 $N(x)$は以下のように求まる．

$$
\begin{aligned}
&-R_{\mathrm{A}} + px + N(x) = 0 \\
&N(x) = R_{\mathrm{A}} - px = P + p(L - x)
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

$L \leqq x < 2L$ の場合の FBD は,

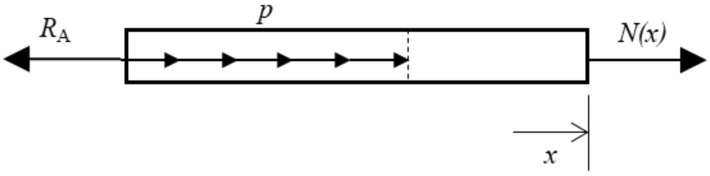


Fig.1.5 (a)FBD ($L \leqq x < 2L$).

と表せる.

つり合いの式より，軸力 $N(x)$は以下のように求まる.

$$
\begin{aligned}
&-R_A + pL + N(x) = 0 \\
&N(x) = R_A - pL = P
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

よって軸力 $N(x)$の x 方向変化を図示すると，以下のようになる.

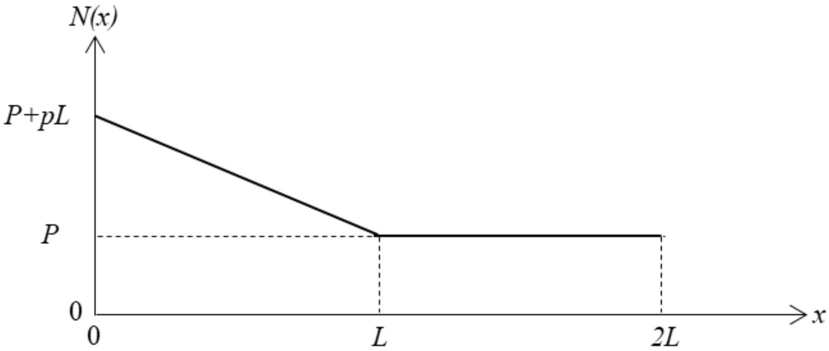


Fig.1.6 (a)軸力.

(b)$0 \leqq x < L/2$ の場合の FBD は,

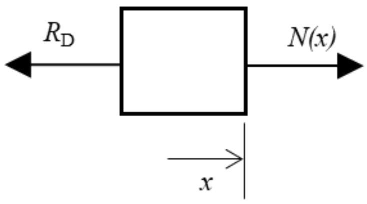


Fig.1.7 (b)FBD ($0 \leqq x < L/2$).

と表せる.

つり合いの式より，軸力 $N(x)$は以下のように求まる.

$$
\begin{aligned}
&-R_D + N(x) = 0 \\
&N(x) = R_D = p\frac{L}{2} - P
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

$L/2 \leqq x < L$ の場合の FBD は,

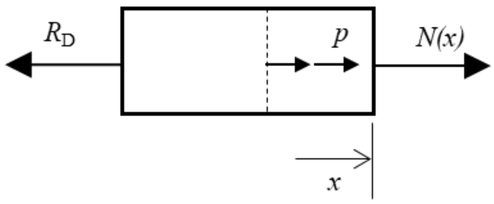


Fig.1.8 (b)FBD ($L/2 \leqq x < L$).

と表せる.

つり合いの式より，軸力 $N(x)$は以下のように求まる.

$$
\begin{aligned}
&-R_D + p(x - \frac{L}{2}) + N(x) = 0 \\
&N(x) = R_D - p(x - \frac{L}{2}) = p(L - x) - P
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

$L \leqq x < 2L$ の場合の FBD は,

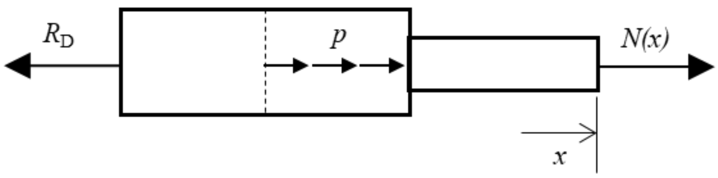


Fig.1.9 (b)FBD ($L \leqq x < 2L$).

と表せる.

つり合いの式より，軸力 $N(x)$は以下のように求まる.

$$
\begin{aligned}
&-R_D + p\frac{L}{2} + N(x) = 0 \\
&N(x) = R_D - p\frac{L}{2} = -P
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

よって軸力 $N(x)$の x 方向変化を図示すると，以下のようになる.

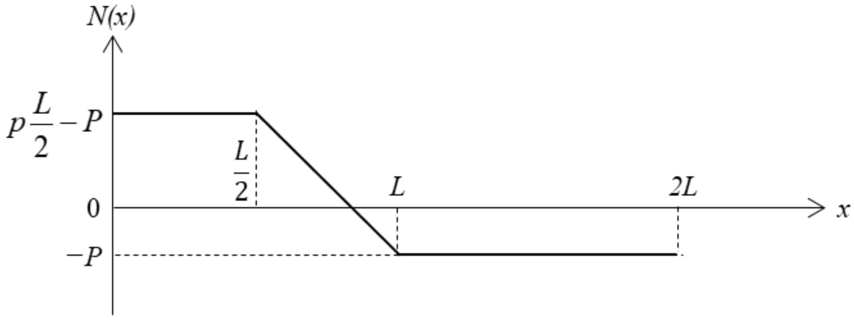


Fig.1.10 (b)軸力.

(3) (a)，(b)に作用している垂直応力σ(x)の x 方向変化を縦軸:σ，横軸:x としてそれぞれ図示せよ．

垂直応力 $\sigma(x)$は，断面積を S_a として，

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{S_a} \tag{1.8}$$

(a)の断面積は，

$$S_a = \frac{\pi d^2}{4} \tag{1.9}$$

であるから，垂直応力 $\sigma(x)$は，

$$\sigma(x) = \frac{4}{\pi d^2}\{P + p(L - x)\} \qquad (0 \leqq x < L)$$

$$\sigma(x) = \frac{4}{\pi d^2}P \qquad (L \leqq x < 2L) \tag{1.10}$$

で表せる．垂直応力 $\sigma(x)$の x 方向変化を図示すると，以下のようになる．

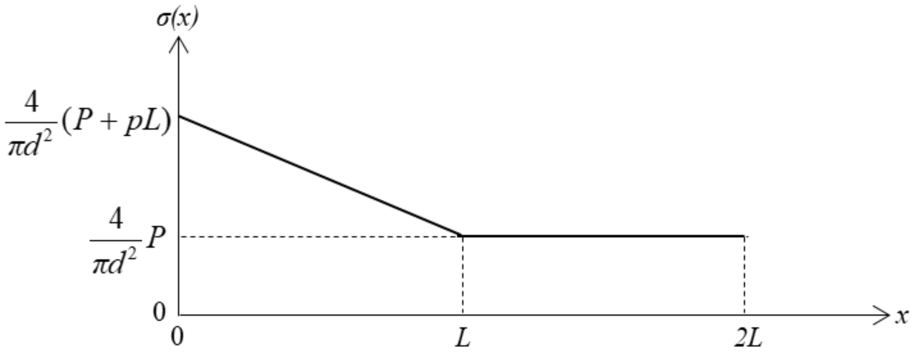


Fig.1.11 (a)垂直応力.

(b)の断面積は，

$$S_b = \pi d^2 \qquad (0 \leqq x < L)$$

$$S_b = \frac{\pi d^2}{4} \qquad (L \leqq x < 2L) \tag{1.11}$$

であるから，垂直応力 $\sigma(x)$は，

$$\sigma(x) = \frac{1}{\pi d^2}\left(p\frac{L}{2} - P\right) \qquad (0 \leqq x < L/2)$$

$$\sigma(x) = \frac{1}{\pi d^2}\{p(L - x) - P\} \qquad (L/2 \leqq x < L)$$

$$\sigma(x) = -\frac{4}{\pi d^2}P \qquad (L \leqq x < 2L) \tag{1.12}$$

で表せる．垂直応力 $\sigma(x)$の x 方向変化を図示すると，以下のようになる．

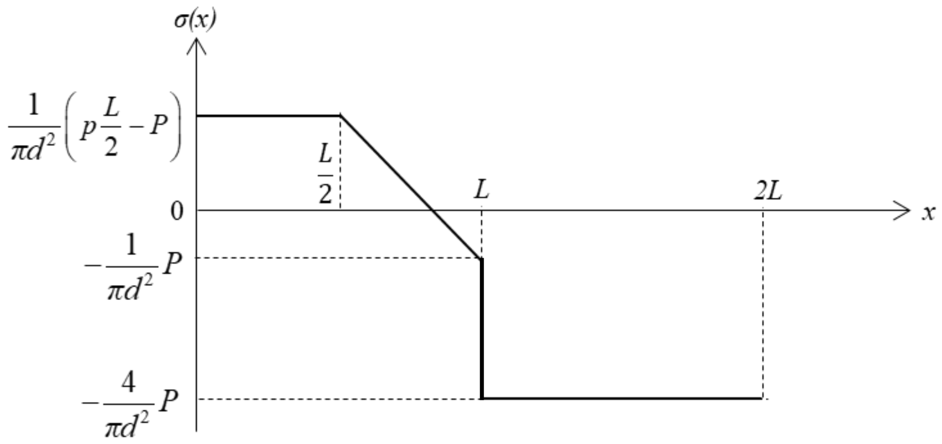


Fig.1.12 (b)垂直応力．

(4)(a)，(b)のそれぞれの変位量δ_a，δ_bを求めよ．ただし変位量δは次式で表される．

$$\delta = \int \varepsilon(x)dx \tag{1.13}$$

これに，ひずみと応力の関係式,

$$\varepsilon(\mathrm{x}) = \frac{\sigma(\mathrm{x})}{E} \tag{1.14}$$

を用いると,

$$\delta = \frac{1}{E}\int \sigma(x)dx \tag{1.15}$$

となる．

(a)変位量δ_aは，各範囲において$\sigma(x)$を積分することで以下のように求まる．

$$\begin{aligned}
\delta_a &= \frac{1}{E}\left[\int_0^L \sigma(x)dx + \int_L^{2L}\sigma(x)dx\right] \\
&= \frac{1}{E}\left[\int_0^L \frac{4}{\pi d^2}\left\{P+p(L-x)\right\}dx + \int_L^{2L}\frac{4}{\pi d^2}Pdx\right] \\
&= \frac{1}{E}\frac{4}{\pi d^2}\left[\left\{PL+\frac{1}{2}pL^2\right\}+PL\right] \\
&= \frac{2}{\pi E d^2}\left\{4PL+pL^2\right\}
\end{aligned} \tag{1.16}$$

(b)変位量δ_{b}は，各範囲において$\sigma(x)$を積分することで以下のように求まる．

$$
\begin{aligned}
\delta_{\mathrm{b}} &= \frac{1}{E}\left[\int_0^{\frac{L}{2}} \frac{1}{\pi d^2}\left(p\frac{L}{2}-P\right)dx + \int_{\frac{L}{2}}^{L} \frac{1}{\pi d^2}\left\{p(L-x)-P)\right\}dx - \int_{L}^{2L} \frac{4}{\pi d^2}Pdx\right] \\
&= \frac{1}{E}\frac{1}{\pi d^2}\left[\left(p\frac{L}{2}-P\right)\frac{L}{2} + \left(pL\frac{L}{2}-\frac{1}{2}\frac{3}{4}pL^2-P\frac{L}{2}\right)-4PL\right] \\
&= \frac{1}{8\pi E d^2}\left(3pL^2-40PL\right)
\end{aligned}
\tag{1.17}
$$

[2] 図 2 に示すように，先端が平坦な丸棒(パンチ，直径 d = 60[mm])で，固定された厚さ t = 0.40[mm]の平板に，荷重 P[N]を加える．このときパンチならびに押さえの台は剛体であるとして，以下の問題に答えよ．なお，図 2 では平板の厚さを誇張して描いてある．

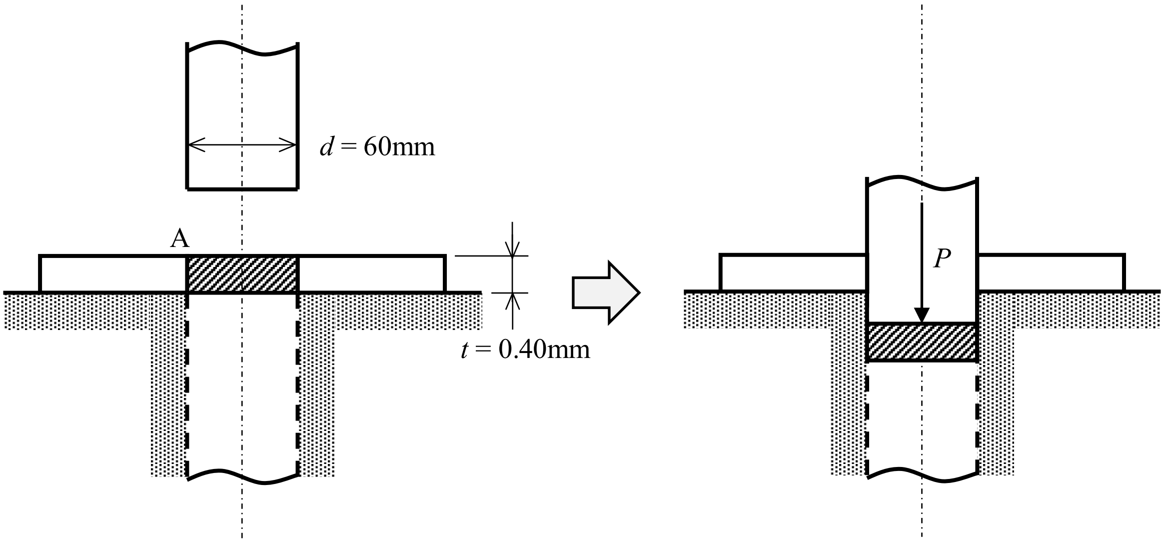


Fig. 2.1 パンチ

(1) 斜線部 A において FBD を描き，斜線部 A の縁に作用するせん断力 Q を求めよ．

(2) 平板のせん断強度が τ_u =108[MPa]であるとき，この平板にパンチ穴を開けるには荷重 P[N]がいくら以上であればよいか．有効数字 2 桁で答えよ．

[2]

(1) 斜線部 A において FBD を描き，斜線部 A の縁に作用するせん断力 Q を求めよ．

斜線部 A の FBD は次のようになる．

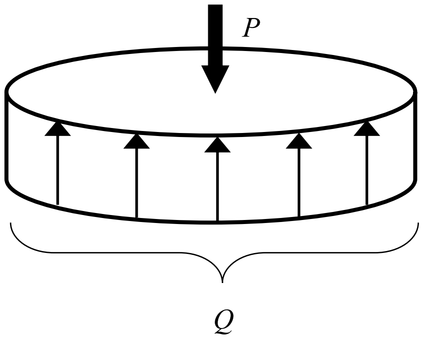


Fig.2.2 FBD

これより，斜線部 A の縁にかかるせん断力 Q は力のつりあいから

$$P - Q = 0$$

$$\therefore Q = P \tag{2.1}$$

と求められる．

(2) 平板のせん断強度が $\boldsymbol{\tau_u}$ =108[MPa]であるとき，この平板にパンチ穴を開けるには荷重 $\boldsymbol{P}$[N]がいくら以上であればよいか．有効数字 2 桁で答えよ．

まず，斜線部 A の縁の部分の面積を S とすると，

$$S = \pi dt = 24\pi \quad [\mathrm{mm}^2] \tag{2.2}$$

となり，斜線部 A の縁でのせん断応力 τ は

$$\tau = \frac{Q}{S} \tag{2.3}$$

と表される．

このとき，平板にパンチ穴をあけるためには $\tau > \tau_u$ となる必要があることから，荷重 P は

$$\tau = \frac{P}{24\pi} > 108 \quad [\mathrm{MPa}]$$

$$\therefore P > 8.1\times10^3 \quad [\mathrm{N}] \tag{2.4}$$

と求められる．